Pila

Manuale completo: la calcolatrice RPN per fisici, con unità di misura, vettori, matrici e costanti

Giovanni Nicco — Liceo Scientifico «A. Volta», Torino — ottobre 2026

Come leggere questo documento. Pila è un'applicazione web a pagina singola (`https://giovanninicco.com/Pila.html`) pensata per il telefono e comoda anche sul computer. Il documento descrive lo schermo, i tasti uno per uno, la scrittura accettata nella riga, i comandi a lettere, i messaggi di errore e i limiti noti, con esempi svolti. È scritto per essere letto da una persona e anche da un assistente come NotebookLM: ogni sezione è autonoma e i termini sono spiegati la prima volta che compaiono. Aggiornato al 9 ottobre 2026 (tasto ⌨ nella barra fissa, dimensione dei tasti, tastiere personalizzate, pulsante cmd, scritture abbreviate).

Indice

1 Panoramica **2**
1.1 Installazione e dati . . . 2

2 La notazione polacca inversa in due minuti **3**

3 Lo schermo **3**

4 La tastiera **4**
4.1 La barra fissa . . . 4
4.2 Numeri e funzioni . . . 5
4.3 Le altre sezioni . . . 5
4.4 Dimensione dei tasti e tastiere personalizzate . . . 6

5 I numeri **6**

6 Le unità di misura **7**
6.1 Scrivere un valore con l'unità . . . 7
6.2 Le unità sui tasti . . . 7
6.3 I calcoli . . . 7
6.4 Conversioni . . . 8

7 Variabili ed espressioni **8**
7.1 Definire una variabile: tre modi . . . 8
7.2 Usare le variabili . . . 8

8 Vettori e matrici **8**
8.1 Inserire un vettore . . . 9
8.2 Vettori con nome e freccia . . . 9
8.3 Operazioni . . . 9

9 Le costanti fisiche **11**

10 I comandi a lettere **14**

11 Gradi con il pallino **16**

12 Suggerimenti mentre si scrive **16**

13 Programmi alla HP **17**

14 Espressioni tra apici: grafici, derivate, integrali **17**

15 La tastiera del computer **18**

16 Copiare, modificare, eliminare un valore **18**

17 I dati di un problema da gees **18**

18 Messaggi di errore **19**

19 Esempi svolti per la classe **20**

20 Limiti noti **20**

21 Domande frequenti **21**

1 Panoramica

Pila è una calcolatrice in **notazione polacca inversa** (RPN), come le calcolatrici HP: prima si inseriscono i valori, poi si preme l'operazione. Rispetto a una calcolatrice comune sa fare quattro cose in più:

- lavora con le **unità di misura**: `9.81 m/s²` è un valore solo, le unità si combinano nei calcoli e si convertono;
- tratta **vettori colonna e matrici** come oggetti della pila, con prodotto scalare e vettoriale, modulo, versore, angoli, determinante, inversa, sistemi lineari;
- ha le **costanti fisiche** con la loro unità, raccolte in cinque contesti;
- tiene **variabili con nome** (`m`, `v₀`, $\vec{F}$) e valuta espressioni scritte nella riga.

1.1 Installazione e dati

- Sul telefono: si apre il collegamento in Safari e si sceglie *Condividi → Aggiungi alla schermata Home*; l'app compare come un'icona e si apre a schermo intero.
- Il motore di calcolo è la libreria **math.js** (versione 15.2), che si carica da Internet all'apertura: serve la connessione almeno all'avvio.
- Pila, variabili, formato dei numeri e altezza della tastiera restano salvati **solo su quel dispositivo e in quel browser**. Niente viene inviato a nessuno e niente si sincronizza tra dispositivi.
- Il tema è scuro per scelta.

2 La notazione polacca inversa in due minuti

La **pila** è una colonna di valori numerati dal basso: il **livello 1** è l'ultimo entrato (in questo manuale lo chiamiamo x), il **livello 2** quello sopra (y), e così via. Un'operazione prende dalla pila i valori che le servono e ci rimette il risultato.

Si preme	Succede
3 ENTER 4 +	3 va in pila; 4 è nella riga; + lo inserisce e somma: resta 7
2 SPC 7 +	lo spazio separa due oggetti nella stessa riga: resta 9
5 ENTER ENTER ×	ENTER a riga vuota duplica il livello 1: resta 25
9 √x	le funzioni agiscono sul livello 1 (o su ciò che è nella riga): resta 3

Regole da ricordare: un operatore premuto **con la riga piena** inserisce prima quel valore e poi opera; ENTER con la riga vuota **duplica** il livello 1; ⌫ con la riga vuota **toglie** il livello 1. Non servono parentesi: l'ordine delle operazioni è l'ordine in cui si premono i tasti.

3 Lo schermo

Dall'alto verso il basso:

- **Barra di stato.** DEG/RAD: l'unità degli angoli per seno, coseno, tangente e per i risultati angolari; si cambia toccandola. NORM 10: il formato dei numeri (sezione 5). Poi le scritte di modo (`SHIFT`, `CONVERTI IN…`, `NOME → STO/ENTER`, `VETTORE 2×1`), l'eventuale messaggio di errore in rosso, il tasto cmd che apre l'elenco dei comandi a lettere (sezione 10) e il tasto ? che apre la guida rapida.
- **Testo del problema.** Compare solo quando si arriva da gees (sezione 17): si tocca per leggerlo tutto, × lo toglie.
- **Variabili.** Una fila di etichette `nome = valore`: toccandone una il valore va in pila (o il nome viene scritto nella riga, se si sta scrivendo un'espressione); la × accanto la elimina.
- **Pila.** Almeno quattro livelli sempre in vista, il livello 1 in basso e più grande. Tenendo premuto un livello si apre il suo menu (sezione 16).
- **Riga di inserimento.** Qui compare ciò che si scrive, con il cursore. La tastiera del telefono si apre con il tasto ⌨ tastiera della barra fissa; quando la tastiera a schermo è nascosta, al suo posto compare un piccolo ⌨ a sinistra della riga.
- **Maniglia.** La barretta sotto lo schermo: trascinandola si cambia l'altezza della tastiera, con un doppio tocco la si nasconde o la si riapre.

Sul computer, se la finestra è larga almeno 1120 pixel, la calcolatrice prende **tutta la larghezza** e la riempie di tasti; l'elenco dei comandi a lettere è nel tasto cmd (sezione 10).

4 La tastiera

È un'unica tastiera lunga che scorre. In alto resta sempre visibile la **barra fissa**; sotto, i bottoncini 123 x= abc unità [v] cost mem saltano alla sezione corrispondente, e ⚙ apre le regolazioni della tastiera (sezione 4.4). Molti tasti hanno una seconda funzione, scritta in azzurro sopra il tasto: si ottiene premendo prima SHIFT. **Tenendo premuto un tasto compare la spiegazione di che cosa fa.**

4.1 La barra fissa

Tasto	Che cosa fa	Con SHIFT
SHIFT	attiva le funzioni azzurre per il tasto successivo	—
=	scrive = nella riga: `r = 63` definisce `r`	—
STO	salva il livello 1 in una variabile (sezione 7)	CLR: svuota la pila
[v]	apre un vettore colonna (sezione 8); con un nome nella riga lo salva con quel nome	[M]: matrice 2×2
⌫	cancella un carattere; a riga vuota toglie il livello 1	UNDO: annulla l'ultima operazione
ENTER	inserisce in pila gli oggetti della riga; a riga vuota duplica il livello 1	DROP: toglie il livello 1
␣ SPC	spazio: separa gli oggetti nella riga; a riga vuota vale ENTER	—
⌨ tastiera	apre la tastiera del telefono per scrivere nella riga (Invio = ENTER); si accende finché è attiva, un secondo tocco la chiude	—

La barra fissa è di sette colonne: la riga sotto è divisa tra la barra ␣ SPC (quattro colonne) e il tasto ⌨ tastiera (tre). Mentre si compila un vettore la barra fissa cambia: mostra ⌫ e le quattro frecce per spostarsi tra le celle, e la barra gialla diventa ENTER. Se una tastiera personalizzata è fissata in alto, i suoi tasti stanno sotto i bottoncini, sempre in vista.

4.2 Numeri e funzioni

Tasto	Che cosa fa	Con SHIFT
+ − × ÷	le quattro operazioni tra livello 2 e livello 1	su +: %, x per cento di y
x↔y	scambia i livelli 1 e 2	ROT: ruota i primi tre
R↓	ruota tutta la pila verso il basso	R↑: verso l'alto
DROP	toglie il livello 1	LAST: rimette l'ultimo argomento usato
EEX	esponente di dieci: 6.02 EEX 23	—
±	cambia segno (anche dell'esponente dopo EEX)	—
π	π in pila, o nella riga dentro un'espressione	e: numero di Nepero
→	conversione di unità (sezione 6)	—
SI	porta alle unità fondamentali SI	num: toglie l'unità
( )	parentesi nella riga	—
sin cos tan	funzioni goniometriche (angolo in DEG o RAD)	asin acos atan
ln	logaritmo naturale	e^x
log	logaritmo in base 10	10^x
√x	radice quadrata	$\sqrt[3]{x}$
x^2	quadrato	x^3
y^x	y elevato a x	$\sqrt[x]{y}$: radice x-esima di y
1/x	reciproco; per una matrice, l'inversa	|x|: valore assoluto, modulo
ˣ ₓ	apice e pedice nella riga: x ˣ 2 → x^2, v ₓ 0 → v_0	—

4.3 Le altre sezioni

- **Variabili** (x=): i tasti = STO ₓ [v] MEM × tutte e, sotto, un tasto per ciascuna delle prime dodici variabili.
- **Lettere** (abc): l'alfabeto, ⇧ per le maiuscole, le lettere greche più usate (α β γ δ θ λ μ ρ σ τ φ ω ε η), pedice, apice, virgola, parentesi, × ÷ che scrivono l'operatore nella riga, e in fondo [ ] ; → freccia [v] per i vettori. **Sul computer** (finestra da 1120 pixel) le lettere latine si battono sulla tastiera fisica, quindi al loro posto la sezione, raggiunta dal bottoncino cmd, mostra i **comandi a lettere come tasti**: funzioni, pila, vettori e matrici, unità e variabili (sezione 10); restano in coda le lettere greche e i simboli.
- **Unità di misura**: sezione 6.
- **Vettori e matrici**: sezione 8.
- **Costanti**: sezione 9.
- **Memoria** (mem): tutte le variabili; un tocco richiama, SHIFT + tocco elimina.

4.4 Dimensione dei tasti e tastiere personalizzate

Il bottoncino ⚙, in fondo alla fila dei bottoncini, apre il foglio **Tastiera**.

Dimensione dei tasti. Uno slider da 55 % a 125 % cambia altezza e caratteri di tutti i tasti; A− e A+ fanno passi del 5 %; i pulsanti Compatti Piccoli Medi Normali Grandi sono cinque valori pronti (55, 70, 85, 100, 115 %). La scelta resta salvata sul dispositivo.

Righe affiancate, tasti quadrati. Le righe della tastiera si mettono una accanto all'altra (due, tre, fino a otto) quante ne stanno nella larghezza dello schermo con tasti larghi almeno quanto alti: la riga 7 8 9 e la riga 4 5 6 finiscono sulla stessa riga, separate da una linea sottile. Più i tasti sono piccoli e più largo è lo schermo, più righe si affiancano e più tasti stanno in vista: sul telefono a grandezza normale resta una riga, sul computer a grandezza normale sono due o quattro. Sul computer la tastiera occupa tutta la larghezza della finestra (dal 10 ottobre 2026 non ci sono più le colonne dei comandi ai lati: l'elenco è nel tasto cmd) e, se c'è posto, le sue sezioni (numeri, variabili, lettere, unità, vettori, costanti, memoria) si dispongono in due, tre o quattro colonne di uguale altezza: su uno schermo grande con i tasti Piccoli la tastiera intera sta in vista senza scorrere. Vale per tutte le sezioni e per le tastiere personalizzate, anche fissate in alto; si ricalcola quando cambia la larghezza della finestra. Chi preferisce le righe lunghe lo spegne nel foglio Tastiera con «Righe affiancate: No».

Tastiere personalizzate. Una tastiera tua con i tasti che usi di più, per esempio quelli di un capitolo. Si costruisce così:

1. nel foglio Tastiera si scrive un nome (per esempio «Fisica») e si tocca + Crea: in alto compare la scritta ★ `TASTIERA «Fisica»` e, sotto i bottoncini, la striscia *Tocca i tasti da aggiungere*;
2. si tocca sulla tastiera grande ogni tasto da aggiungere, nell'ordine in cui lo si vuole; vanno bene anche i tasti delle unità, delle costanti, delle variabili, e i comandi del foglio cmd. Durante la raccolta i tasti non eseguono nulla;
3. un tocco su un tasto della *propria* tastiera lo toglie;
4. Fine chiude la raccolta. Da quel momento la tastiera personalizzata funziona come le altre, con le seconde funzioni azzurre di SHIFT.

La tastiera personalizzata compare **in cima** alla tastiera che scorre, con un bottoncino ★ nome che la raggiunge. Nel foglio Tastiera ogni tastiera ha quattro pulsanti: ✎ Aggiungi tasti riapre la raccolta; ⚑ Fissa in alto la sposta nella barra fissa, sempre in vista (e Sfissa la riporta giù); ⬇ Esporta scarica un file `Pila_tastiera_nome.json`; × Elimina la cancella, dopo un secondo tocco di conferma. ⬆ Importa da file legge un file esportato, anche con più tastiere (⬇ Esporta tutte le mette in un file solo): è il modo per portare le proprie tastiere su un altro dispositivo o per passarle a un compagno. Le tastiere restano salvate nel browser di quel dispositivo.

5 I numeri

Il separatore decimale è sempre il **punto**. Le potenze di dieci si inseriscono con EEX: `6.02 EEX 23` compare come 6.02×10^{23}; nella riga si può anche scrivere `6.02e23`.

Il pulsante NORM 10 in alto cambia il formato a ogni tocco:

- **NORM**: scrittura normale, notazione esponenziale solo per numeri molto grandi o molto piccoli;
- **SCI**: sempre mantissa $\times 10^{n}$;

- **ENG**: come SCI ma con esponente multiplo di 3 (comodo con i prefissi k, M, m, µ, n).

Tenendolo premuto si scelgono le **cifre significative** mostrate (3, 4, 5, 6, 8, 10 o 12). Il formato cambia solo ciò che si vede: i calcoli usano sempre tutta la precisione.

6 Le unità di misura

6.1 Scrivere un valore con l'unità

Si scrive il numero e poi si toccano le unità nella sezione [unità]: [9.81] [m] [/] [s] [²] dà `9.81 m/s²`. I tasti [/] [·] [²] [³] [⁻¹] compongono unità derivate; ci sono tasti già pronti per `m/s`, `m/s²`, `N/m`, `kg/m³`, `J/kg`, `rad/s`, `N·m`, `km/h`.

Dalla tastiera del telefono o del computer l'unità si attacca al numero con il **trattino basso**: `9.81_m/s^2`, `5_km`, `20_°C`. Vale anche lo **spazio**: `h = 20 m` [ENTER] è letto come `h = 20_m`, `9.81 m/s^2` come `9.81_m/s^2`, purché la parola dopo il numero sia un'unità e non il nome di una variabile già definita (se esiste la variabile `m`, `2 m` mette in pila 2 e poi il valore di `m`; per i metri si scrive `2_m`).

Un'unità premuta **con la riga vuota** si applica al livello 1 (anche a un vettore): [63] [ENTER] [cm] dà 63 cm.

6.2 Le unità sui tasti

Grandezza	Unità
lunghezza	m, km, cm, mm, µm, nm
massa, tempo	kg, g · s, min, h
velocità, accelerazione	m/s, km/h, rad/s · m/s²
forza, energia, potenza	N, N·m, N/m · J, kWh, cal, eV, J/kg · W
pressione, volume	Pa, bar, atm · L, mL, kg/m³
temperatura, sostanza	K, °C · mol
elettricità e magnetismo	A, V, Ω, C, F, T, Hz
angoli	rad, °

Scrivendo a mano valgono anche le altre unità che math.js conosce, con i prefissi del SI (`mA`, `kV`, `MeV`, `µF`…).

6.3 I calcoli

Le unità seguono le operazioni: `12 m` diviso `4 s` dà `3 m/s`; `2 kg` per `9.81 m/s²` dà `19.62 N`. Un risultato con unità composte esce nelle **unità del SI**, con il nome della grandezza quando c'è (N, J, W, Pa…): `5 cm` per `2 cm` dà `0.001 m²`, e per vederlo in cm² si usa la conversione. Un valore con una sola unità resta com'è: `3 cm` per 2 dà `6 cm`. Somme e differenze richiedono unità **compatibili** (`1 km + 200 m` va bene, `1 km + 3 s` dà «Unità non compatibili»). Un risultato senza dimensioni diventa un numero puro.

6.4 Conversioni

[→] converte il livello 1: si preme [→], in alto compare `CONVERTI IN… poi ENTER`, si sceglie l'unità di arrivo e si preme [ENTER]. Esempio: [90] [km/h] [ENTER] [→] [m/s] [ENTER] dà `25 m/s`. [SI] porta direttamente alle unità fondamentali; [SHIFT] [SI] (cioè [num]) toglie l'unità e lascia il numero.

7 Variabili ed espressioni

7.1 Definire una variabile: tre modi

1. **Assegnazione**: `r = 63 cm` [ENTER] definisce `r`.
2. **Alla maniera HP**: `63` [ENTER] `r` [STO], oppure tutto in una riga `63 ␣ r` [STO].
3. **Dal livello 1**: con un valore già in pila, `r =` [ENTER] lo salva in `r`. [STO] con la riga vuota chiede il nome.

[STO] e `r =` [ENTER] salvano il livello 1 **e lo tolgono dalla pila**, come sulle HP (dal 12 ottobre 2026); `r = 63` [ENTER] invece lo lascia in vista.

> **Nomi riservati.** I simboli delle unità di misura (`m`, `s`, `g`, `kg`, `N`, `J`, `h`, `t`, `V`, `A`…) non si possono usare come nomi di variabile, altrimenti `3 m` non vorrebbe più dire tre metri. Se si prova (`5 m` [STO], `m = 5`) Pila avvisa e salva in m_1, poi m_2…: nelle espressioni si scrive `m_1`. Sono lettere-unità: `b g h l m s t A B C F H J K L N S T V W`.

I nomi sono fatti di lettere (anche greche), cifre e pedici: `m`, v_0 (si scrive `v ₓ 0` oppure `v_0`), F_1, `ρ`. Maiuscole e minuscole sono diverse. Una variabile definita dall'utente vince su una costante con lo stesso nome.

7.2 Usare le variabili

Toccando l'etichetta di una variabile il suo valore va in pila. Nella riga si possono scrivere **espressioni intere** e valutarle con [ENTER]: `m*g_0*h`, `F_1+F_2`, `sqrt(2*g_0*h)`. Un problema si può impostare scrivendo di seguito:

`R = 22 cm` [ENTER] `altezza = 5 m` [ENTER] `Vol = π × R ˣ 2 × altezza` [ENTER]

Dentro le espressioni `ln(x)` è il logaritmo naturale e `log(x)` quello in base 10, come sui tasti; `sin`, `cos`, `tan` rispettano DEG/RAD. Scrivendo `f(x) = x^2 + 1` si definisce una funzione, poi utilizzabile come `f(3)`.

8 Vettori e matrici

8.1 Inserire un vettore

Con la griglia. [v] apre un vettore colonna: si scrive la prima componente, [↓] passa alla successiva (e ne aggiunge una se serve), [→] aggiunge una colonna (diventa una matrice), [ENTER] lo mette in pila. [SHIFT] [v] apre direttamente una matrice 2×2. Le celle accettano anche unità ed espressioni; tutte le celle devono avere unità compatibili.

Con le parentesi quadre. `[4, 6]` [ENTER] (o `[4 6]`) è un vettore colonna; `[1, 2; 3, 4]` una matrice, con il punto e virgola a separare le righe; con le unità `[3_m, 4_m]`. La virgola separa le componenti: il decimale resta il punto. La quadra chiusa si può omettere: `v = [2 4` [ENTER] vale `v = [2, 4]`; lo stesso per una tonda aperta (`(2+3` [ENTER] dà 5).

8.2 Vettori con nome e freccia

Quando si assegna un vettore a un nome, il nome **prende la freccia da solo**: `v = [4, 6]` [ENTER] definisce $\vec{v}$. Vale anche con [STO], con `F_1 = [1, -2]` (che diventa $\vec{F_1}$) e con la griglia aperta dopo aver scritto il nome. Una matrice e uno scalare restano senza freccia.

Per scrivere a mano un nome con la freccia si preme la lettera **tre volte di seguito**: `vvv` → $\vec{v}$, `FFF` → $\vec{F}$. In alternativa il tasto [→ freccia] mette (o toglie) la freccia sull'ultima lettera scritta, anche greca. Un nome con la freccia accetta solo vettori, e proprio per questo con la freccia bastano i numeri: `ccc = 3 4` [ENTER] definisce $\vec{c} = (3, 4)$, `FFF = 30_N 40_N` [ENTER] definisce $\vec{F}$ in newton; con tre numeri si ha un vettore 3D. Se dopo l'uguale c'è un'espressione (`ccc = 2*vvv`) viene valutata normalmente.

Convenzione dei fisici: se esiste $\vec{v}$ e non è stato definito a parte uno scalare `v`, allora `v` da solo vale il **modulo** di $\vec{v}$. Nelle espressioni: `2*`$\vec{v}$, $\vec{v}$ `+` $\vec{u}$, `dot(`$\vec{v}$`,` $\vec{u}$`)`, `cross(`$\vec{a}$`,` $\vec{b}$`)`.

8.3 Operazioni

[+] [−] [×] [÷] funzionano tra vettori, scalari e matrici: scalare per vettore, matrice per vettore, matrice per matrice. Tra due vettori di tre componenti [×] è il prodotto vettoriale; per il prodotto scalare c'è il tasto [·]. [÷] tra un vettore b (livello 2) e una matrice A (livello 1) risolve $Ax = b$.

Tasto	Che cosa fa	Con SHIFT
`·`	prodotto scalare di due vettori	—
`×`	prodotto vettoriale (solo in 3D)	—
`|v|`	modulo	—
$\hat{v}$	versore: stesso verso, modulo 1, senza unità	—
`∠ab`	angolo tra due vettori	—
`∠x`	angolo del vettore con l'asse x	—
`ρ∠θ`	vettore 2D da modulo (livello 2) e angolo (livello 1)	`→ρ∠θ`: dal vettore a modulo e angolo
`vᵢ`	componente i (vettore al livello 2, i al livello 1)	`→xyz`: spacchetta le componenti in pila
`n→[v]`	riunisce n scalari della pila in un vettore	—
`Aᵀ`	trasposta	—
`det`	determinante	—
`A⁻¹`	matrice inversa	`A⁻¹b`: risolve $Ax = b$ (A al livello 2, b al livello 1)
`[M]`	nuova matrice 2×2	`I`: identità di ordine n

Gli angoli escono in gradi o radianti secondo DEG/RAD. `x²` su una matrice quadrata la moltiplica per sé stessa; `yˣ` con esponente intero ne calcola la potenza.

9 Le costanti fisiche

La sezione cost ha cinque contesti, scelti con i tasti FOND MECC TERMO EM CHIM. Ogni tasto mette in pila la costante con la sua unità; sotto il tasto è scritto il **nome** da usare nelle espressioni (per esempio `m*g_0`). I valori qui sotto sono arrotondati a sei cifre; alcune costanti compaiono in più contesti.

Fondamentali

Tasto	Nome	Che cos'è	Valore
c	`c`	velocità della luce	$2{,}99792 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m/s}$
G	`G`	costante di gravitazione	$6{,}6743 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m^3/(kg\,s^2)}$
h	`h_P`	costante di Planck	$6{,}62607 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\,s}$
ħ	`hbar`	Planck ridotta	$1{,}05457 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\,s}$
e	`q_e`	carica elementare	$1{,}60218 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$
m_e	`m_e`	massa dell'elettrone	$9{,}10938 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}$
m_p	`m_p`	massa del protone	$1{,}67262 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$
m_n	`m_n`	massa del neutrone	$1{,}67493 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$
u	`u`	unità di massa atomica	$1{,}66054 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$
N_A	`N_A`	numero di Avogadro	$6{,}02214 \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$
k_B	`k_B`	costante di Boltzmann	$1{,}38065 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J/K}$
R	`R`	costante dei gas	$8{,}31446\ \mathrm{J/(K\,mol)}$
α	`alpha_fs`	costante di struttura fine	0,00729735
g_0	`g_0`	gravità standard	$9{,}80665\ \mathrm{m/s^2}$
eV	`eV_J`	elettronvolt in joule	$1{,}60218 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$

Meccanica e astronomia

Tasto	Nome	Che cos’è	Valore
g_0	`g_0`	gravità standard	$9{,}80665\ \mathrm{m/s^2}$
G	`G`	costante di gravitazione	$6{,}6743 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m^3/(kg\,s^2)}$
M_T	`M_T`	massa della Terra	$5{,}972 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$
R_T	`R_T`	raggio medio della Terra	$6{,}371 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m}$
ω_T	`omega_T`	velocità angolare della Terra	$7{,}2921 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{rad/s}$
M_S	`M_S`	massa del Sole	$1{,}989 \cdot 10^{30}\ \mathrm{kg}$
R_S	`R_S`	raggio del Sole	$6{,}957 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m}$
UA	`UA`	unità astronomica	$1{,}49598 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m}$
M_L	`M_L`	massa della Luna	$7{,}342 \cdot 10^{22}\ \mathrm{kg}$
d_TL	`d_TL`	distanza media Terra-Luna	$3{,}844 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m}$
R_L	`R_L`	raggio della Luna	$1{,}737 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m}$
g_L	`g_L`	gravità sulla Luna	$1{,}62\ \mathrm{m/s^2}$
g_M	`g_M`	gravità su Marte	$3{,}71\ \mathrm{m/s^2}$
anno	`anno`	anno in giorni	$365{,}25\ \mathrm{day}$
g.sid	`g_sid`	giorno siderale	$86164{,}1\ \mathrm{s}$

Termodinamica e fluidi

Tasto	Nome	Che cos’è	Valore
k_B	`k_B`	costante di Boltzmann	$1{,}38065 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J/K}$
R	`R`	costante dei gas	$8{,}31446\ \mathrm{J/(K\,mol)}$
N_A	`N_A`	numero di Avogadro	$6{,}02214 \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$
σ	`sigma`	Stefan-Boltzmann	$5{,}67037 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W/(m^2\,K^4)}$
b_W	`b_W`	costante di Wien	$0{,}00289777\ \mathrm{m\,K}$
p_0	`p_0`	pressione atmosferica	$101325\ \mathrm{Pa}$
T_0	`T_0`	zero Celsius	$273{,}15\ \mathrm{K}$
V_m	`V_m`	volume molare (STP)	$0{,}022414\ \mathrm{m^3/mol}$
ρ_w	`rho_w`	densità dell’acqua	$1000\ \mathrm{kg/m^3}$
ρ_a	`rho_aria`	densità dell’aria (15 °C)	$1{,}225\ \mathrm{kg/m^3}$
c_w	`c_w`	calore specifico dell’acqua	$4186\ \mathrm{J/(kg\,K)}$
c_a	`c_aria`	calore specifico dell’aria	$1005\ \mathrm{J/(kg\,K)}$
c_gh	`c_ghiaccio`	calore specifico del ghiaccio	$2090\ \mathrm{J/(kg\,K)}$
L_f	`L_f`	calore latente di fusione dell’acqua	$334000\ \mathrm{J/kg}$
L_v	`L_v`	calore latente di vaporizzazione	$2{,}256 \cdot 10^{6}\ \mathrm{J/kg}$
η_w	`eta_w`	viscosità dell’acqua (20 °C)	$0{,}001002\ \mathrm{Pa\,s}$
η_a	`eta_aria`	viscosità dell’aria	$1{,}81 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{Pa\,s}$
γ_w	`gamma_w`	tensione superficiale dell’acqua	$0{,}0728\ \mathrm{N/m}$
v_s	`v_suono`	velocità del suono (20 °C)	$343\ \mathrm{m/s}$
ρ_Hg	`rho_Hg`	densità del mercurio	$13534\ \mathrm{kg/m^3}$

Elettromagnetismo e ottica

Tasto	Nome	Che cos’è	Valore
e	`q_e`	carica elementare	$1{,}60218 \cdot 10^{-19}$ C
ε₀	`eps_0`	permittività del vuoto	$8{,}85419 \cdot 10^{-12}$ F/m
μ₀	`mu_0`	permeabilità del vuoto	$1{,}25664 \cdot 10^{-6}$ N/A^2
k	`k_e`	costante di Coulomb	$8{,}98755 \cdot 10^{9}$ (N m^2)/C^2
c	`c`	velocità della luce	$2{,}99792 \cdot 10^{8}$ m/s
Z₀	`Z_0`	impedenza del vuoto	376,73 Ω
μ_B	`mu_B`	magnetone di Bohr	$9{,}27401 \cdot 10^{-24}$ J/T
F	`faraday`	costante di Faraday	96485,3 C/mol
h	`h_P`	costante di Planck	$6{,}62607 \cdot 10^{-34}$ J s
R∞	`R_inf`	costante di Rydberg	$1{,}09737 \cdot 10^{7}$ m^{-1}
a₀	`a_0`	raggio di Bohr	$5{,}29177 \cdot 10^{-11}$ m
mₑ	`m_e`	massa dell’elettrone	$9{,}10938 \cdot 10^{-31}$ kg
n_w	`n_acqua`	indice di rifrazione dell’acqua	1,333
n_v	`n_vetro`	indice di rifrazione del vetro	1,52
n_d	`n_diam`	indice di rifrazione del diamante	2,42
ρ_Cu	`rho_Cu`	resistività del rame	$1{,}68 \cdot 10^{-8}$ Ω m
ρ_Al	`rho_Al`	resistività dell’alluminio	$2{,}65 \cdot 10^{-8}$ Ω m
B_T	`B_T`	campo magnetico terrestre (ordine di grandezza)	$5 \cdot 10^{-5}$ T
λ_r	`lambda_r`	lunghezza d’onda del rosso	700 nm
λ_v	`lambda_v`	lunghezza d’onda del violetto	400 nm

Chimica e atomica

Tasto	Nome	Che cos’è	Valore
N_A	`N_A`	numero di Avogadro	$6{,}02214 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}
u	`u`	unità di massa atomica	$1{,}66054 \cdot 10^{-27}$ kg
mₑ	`m_e`	massa dell’elettrone	$9{,}10938 \cdot 10^{-31}$ kg
mₚ	`m_p`	massa del protone	$1{,}67262 \cdot 10^{-27}$ kg
mₙ	`m_n`	massa del neutrone	$1{,}67493 \cdot 10^{-27}$ kg
R	`R`	costante dei gas	8,31446 J/(K mol)
F	`faraday`	costante di Faraday	96485,3 C/mol
V_m	`V_m`	volume molare (STP)	0,022414 m^3/mol
k_B	`k_B`	costante di Boltzmann	$1{,}38065 \cdot 10^{-23}$ J/K
T₀	`T_0`	zero Celsius	273,15 K
p₀	`p_0`	pressione atmosferica	101325 Pa
M_H2O	`M_H2O`	massa molare dell’acqua	18,015 g/mol
M_aria	`M_aria`	massa molare dell’aria	28,97 g/mol
M_CO2	`M_CO2`	massa molare della CO_2	44,01 g/mol
eV	`eV_J`	elettronvolt in joule	$1{,}60218 \cdot 10^{-19}$ J

10 I comandi a lettere

Ogni funzione ha anche un **nome** che si può scrivere nella riga e confermare con ENTER: è il modo più rapido dalla tastiera del computer, e funziona anche sul telefono. Gli oggetti scritti prima del comando vanno in pila, poi il comando agisce:

Si scrive	Succede
`30 sin` ENTER	0.5 (in DEG)
`2 3 pow` ENTER	8
`swap` ENTER	scambia i livelli 1 e 2
`5_km conv m` ENTER	5000 m
`32 massa sto` ENTER	salva 32 nella variabile `massa` e lo toglie dalla pila
`[1,2] [3,4] dot` ENTER	11

I nomi valgono anche in maiuscolo. Se si definisce una variabile con lo stesso nome di un comando, **vince la variabile**. Il tasto cmd in alto apre l'elenco di tutti i nomi (sul computer su due colonne): un tocco su un comando lo esegue e chiude l'elenco. Durante la raccolta di una tastiera personalizzata, il tocco aggiunge invece il comando come tasto.

Funzioni · sul livello 1 (x)

Comando	Che cosa fa
`sin`	seno
`cos`	coseno
`tan`	tangente
`asin`	arcoseno
`acos`	arcocoseno
`atan`	arcotangente
`ln`	logaritmo naturale
`log`	logaritmo in base 10
`exp`	e^x
`alog`	10^x
`sqrt`	radice quadrata
`cbrt`	radice cubica
`sq`	quadrato x^2
`cube`	cubo x^3
`pow`	potenza y^x
`root`	radice x-esima di y
`inv`	reciproco 1/x; matrice: inversa
`abs`	valore assoluto, modulo
`neg`	cambia segno
`pct`	x per cento di y
`pi`	π
`e`	numero di Nepero

Pila

Comando	Che cosa fa
`swap`	scambia x e y
`rot`	ruota i primi tre livelli
`rolld`	ruota tutta la pila in giù
`rollu`	ruota tutta la pila in su
`drop`	toglie x
`dup`	duplica x
`last`	rimette l’ultimo argomento
`undo`	annulla (Ctrl+Z o ⌘Z)
`redo`	rifà (Ctrl+⇧Z o ⌘⇧Z)
`clear`	svuota la pila

Vettori e matrici

Comando	Che cosa fa
`dot`	prodotto scalare
`cross`	prodotto vettoriale (3D)
`norm`	modulo |v|
`versor`	versore
`angle`	angolo tra due vettori
`anglex`	angolo con l’asse x
`angley`	angolo con l’asse y (0…180°)
`anglez`	angolo con l’asse z (3D)
`polar`	vettore da modulo (y) e angolo (x)
`topolar`	vettore → modulo e angolo
`comp`	componente x-esima di y
`split`	spacchetta le componenti
`vec`	riunisce x scalari in un vettore
`transp`	trasposta
`det`	determinante
`solve`	risolve Ax = b (A in y, b in x)
`ident`	matrice identità di ordine x

Unità e variabili

Comando	Che cosa fa
`conv`	converte: 5_km conv m
`si`	unità fondamentali SI
`num`	toglie l’unità
`sto`	salva e toglie dalla pila: 32 m sto
`clvar`	cancella tutte le variabili

Grafici e analisi · ’x^2-3’ è un’espressione tra apici, x la variabile

Comando	Che cosa fa
`'x^2-3'`	espressione in pila: apice, formula, apice (ENTER chiude da sé)
`plot`	grafico: ’x^2-3’ plot; intervallo: ’x^2’ -2 5 plot; più curve: ’sin(x)’ ’cos(x)’ plot
`fx`	valore nel punto: ’x^2’ 3 fx → 9
`der`	derivata nel punto: ’x^2’ 3 der → 6
`int`	integrale: ’x^2’ 0 1 int → 0.3333

Programmi «alla HP»

Comando	Che cosa fa
`<< 3 4 * >>`	programma: ENTER lo mette in pila come oggetto
`eval`	esegue il programma del livello 1
`<< 2 * >> doppio sto`	salva il programma; poi doppio lo esegue
`<< 9.81 * >> P sto`	5 P calcola 5 × 9.81: le espressioni senza spazi

11 Gradi con il pallino

`30°` (tasto `°` fra le unità, oppure dalla tastiera del computer) è un angolo in gradi, con la sua unità: `30° sin` dà 0,5 anche in RAD, `30° 2 ×` dà `60°`, `→ rad` lo converte. In DEG i risultati angolari dei tasti (`asin`, `acos`, `atan`, `∠ab`, `∠x`, `∠y`, `→p∠θ`) escono con il `°`; un numero puro sommato o sottratto a un angolo è in gradi (in RAD, radianti): `90 30° −` fa `60°`. `30 sin` senza pallino funziona come prima. Dentro le espressioni (`'asin(x)' 0.5 fx`) gli angoli restano numeri puri.

12 Suggerimenti mentre si scrive

Dalla seconda lettera di un nome, sopra la riga compaiono i comandi e le variabili che cominciano così, con la descrizione: un tocco completa la parola (e aggiunge lo spazio, se non si è dentro un’espressione); dal computer `Tab` completa il primo suggerimento.

13 Programmi alla HP

Una sequenza di oggetti e comandi scritta tra << e >> (oppure « e »: i tasti sono nella sezione abc) è un **programma**, un oggetto che sta in pila come gli altri:

Si scrive	Succede
`<< 3 4 * >>` ENTER	il programma « `3 4 *` » va in pila
`eval` ENTER	lo esegue: 12
`<< 2 * >> doppio sto` ENTER	lo salva nella variabile `doppio`
`5 doppio` ENTER	10: il nome di un programma lo esegue (anche toccandolo in MEM)
`<< dup * pi * >> area sto` ENTER	area del cerchio
`3 area` ENTER	28.27
`<< 9.81_m/s^2 * >> peso sto`	`5_kg peso` dà 49.05 N
`doppio = << 2 * >>` ENTER	la stessa cosa con l'assegnazione (il programma resta in vista)

Dentro un programma **ogni spazio separa un oggetto**: numeri, valori con unità (`9.81_m/s^2`), nomi di variabili, comandi (`+ - * / ^`, `sin`, `dup`, `swap`, `sto`, …) e altri programmi. Un'espressione si scrive **senza spazi** (`pi*R^2`). `x sto` dentro un programma salva il livello 1 in `x`. Se manca >>, ENTER lo aggiunge da sé. Tutto il programma è una sola mossa per UNDO. Non ci sono cicli né condizioni: solo sequenze.

14 Espressioni tra apici: grafici, derivate, integrali

Una formula scritta tra apici, `'x^2-3'`, è un'**espressione** (l'oggetto algebrico delle HP): sta in pila e la sua variabile è `x`; le altre lettere sono le variabili in memoria e le costanti. Dalla tastiera del computer l'apice è il tasto `'`; sul telefono è nella sezione abc. Se manca l'apice di chiusura, ENTER lo aggiunge.

Si scrive	Succede
`'x^2-3' plot` ENTER	il grafico in un foglio, x da −10 a 10
`'x^2' -2 5 plot` ENTER	lo stesso tra −2 e 5
`'sin(x)' 'cos(x)' plot` ENTER	più curve insieme (fino a quattro)
`'x^2' 3 fx` ENTER	il valore nel punto: 9
`'x^2' 3 der` ENTER	la derivata nel punto: 6
`'x^2' 0 1 int` ENTER	l'integrale definito: 0.3333
`f = 'x^3'` ENTER	la salva in memoria; poi `f 2 der` dà 12

Nel foglio del grafico un tocco sulla curva mostra `x`, `y` e la pendenza `y′` in quel punto; i due campi in basso cambiano l'intervallo. La derivata è simbolica quando math.js sa farla, altrimenti numerica (differenza centrale); l'integrale è numerico (Simpson). Le funzioni trigonometriche rispettano DEG/RAD anche qui: per disegnare `'sin(x)'` tra −10 e 10 conviene RAD.

15 La tastiera del computer

Tasto	Che cosa fa
cifre, lettere, `_ ^ ( ) [ ] = , ;`	si scrivono nella riga
`< > « », ', °`	si scrivono nella riga: programmi `<< 3 4 * >>`, espressioni `'x^2'`, angoli `30°`
Tab	completa il primo suggerimento (sezione 12)
Ctrl+Z, ⌘Z	annulla l'ultima mossa; con ⇧ (Ctrl+⇧Z, ⌘⇧Z) la rifà
Invio	ENTER
barra spaziatrice	SPC: separa gli oggetti; a riga vuota vale ENTER
`+ - * /`	operano subito sulla pila
numero, spazio, unità	`20 m`, `3 km/h`, `9.81 m/s^2`: l'unità si attacca al numero (sezione 6); dopo `3 km` la barra `/` continua l'unità
← →	spostano il cursore nella riga, per correggere in mezzo
Inizio, Fine	cursore ai capi della riga
⌫, Canc	cancella a sinistra, a destra; ⌫ a riga vuota toglie il livello 1

I quattro operatori **si scrivono** nella riga, invece di operare, quando si sta scrivendo un'espressione: dopo un `=` o dentro una parentesi aperta (`x = 3 - 1`, `[4, -6]`), dentro un'unità (`9.81_m/s^2`), dopo un esponente (`1e-3`) e, per il meno, a riga vuota quando in pila non ci sono due valori da sottrarre (`-5`). Anche dopo «numero spazio unità» `/` e `*` si scrivono, così `3 km/h` e `3 N*m` si battono tali e quali; per *dividere* per 4 s si scrive `4 s` Invio `/` (alla maniera HP), oppure `4 s/` Invio: una riga che finisce con `/` o `*` viene eseguita come operazione. Dentro la griglia di un vettore le frecce passano da una cella all'altra.

16 Copiare, modificare, eliminare un valore

Tenendo premuto un livello della pila (sul computer: clic destro) si apre il suo menu:

- **Copia come testo**: per esempio `9.81 m/s²` oppure `[4, 6] m`;
- **Copia LaTeX**: `9.81\,\mathrm{m/s^{2}}`; un vettore diventa una `pmatrix`;
- **Copia LaTeX siunitx**: `\qty{9.81}{m/s^{2}}`;
- **Modifica**: riporta il valore nella riga (un vettore nella griglia) per correggerlo;
- **Duplica in cima** ed **Elimina questo livello**.

17 I dati di un problema da gees

Negli esercizi di fisica di gees (`https://giovanninicco.com/gees.html`) il pulsante **Pila** apre la calcolatrice con i **dati del problema già in memoria**, come variabili, e con il testo in vista sotto la barra di stato.

- I dati che nel testo hanno un nome lo conservano: «$k_1 = 191$ N/m» diventa `k₁`.
- Agli altri il nome viene dalla parola che li precede («raggio 1.8 m» → `r`) oppure dall'unità («un'auto di 1368 kg» → `m`). I doppioni si numerano: `m₁`, `m₂`.

- I nomi ricavati sono una proposta: il valore è quello del testo, il nome a volte va cambiato (si richiama il valore e lo si salva con STO).
- Arrivando da gees la pila e le variabili del problema precedente vengono tolte; SHIFT ⌫ le rimette.

18 Messaggi di errore

Quando un'operazione non riesce, la pila e la riga restano com'erano e in alto compare il motivo.

Messaggio	Significato
Serve un valore nella pila · Servono 2 valori nella pila	l'operazione vuole più valori di quanti ce ne sono
Unità non compatibili	somma, differenza o conversione tra grandezze diverse
Unità sconosciuta	l'unità scritta non esiste (controllare maiuscole e prefissi)
Non definito: *nome*	nell'espressione c'è un nome che non è una variabile né una costante
Espressione non valida	parentesi non chiuse, operatore in più, scrittura non riconosciuta
Dimensioni diverse · Dimensioni incompatibili	vettori o matrici che non si possono sommare o moltiplicare
Tra vettori: · scalare, × solo in 3D	× tra due vettori che non hanno tre componenti
Non si somma un vettore a uno scalare · Non si divide per un vettore	operazione non definita
Serve un vettore · Serve un vettore 2D · Serve una matrice quadrata	l'argomento non è del tipo richiesto
Matrice singolare · Sistema senza soluzione unica	determinante nullo
Completa tutte le celle · Celle con e senza unità	la griglia del vettore non è pronta
nome ha la freccia: serve un vettore	si è cercato di salvare uno scalare in un nome con la freccia
Nome non valido: lettere, cifre e _	il nome della variabile non è accettabile
Il valore non ha unità	→ o SI su un numero puro

19 Esempi svolti per la classe

1. Energia cinetica. Un'auto di 1200 kg viaggia a 90 km/h.
1200 kg ENTER 90 km/h x² × 2 ÷ → `375000 J`. I km/h vengono convertiti da soli.

2. Caduta libera con le variabili. Da quale velocità arriva al suolo un corpo che cade da 20 m?
`h = 20 m` ENTER `sqrt(2*g_0*h)` ENTER → `19.81 m/s` (`g_0` è la gravità standard delle costanti).

3. Risultante di due forze. $\vec{F}_1 = (30,\ 0)$ N e $\vec{F}_2 = (0,\ 40)$ N.
`F_1 = [30_N, 0_N]` ENTER `F_2 = [0_N, 40_N]` ENTER + → il vettore $(30,\ 40)$ N; |v| → `50 N`. Con LAST si riprende il vettore e ∠x dà l'angolo con l'asse x: 53.13 (gradi, in DEG).

4. Componenti da modulo e angolo. Una velocità di 12 m/s inclinata di 30°.
12 m/s ENTER 30 ρ∠θ → il vettore $(10.39,\ 6)$ m/s.

5. Lavoro come prodotto scalare. $\vec{F} = (3,\ 4)$ N, $\vec{s} = (5,\ 0)$ m.
`[3_N, 4_N]` ENTER `[5_m, 0_m]` · → `15 J`.

6. Sistema lineare. $2x + y = 5$, $x - y = 1$.
`[2, 1; 1, -1]` ENTER `[5, 1]` SHIFT A⁻¹ → il vettore $(2,\ 1)$.

7. Legge dei gas. Quante moli in 10 L a 300 K e 1 atm?
`p = 1 atm` ENTER `V = 10 L` ENTER `T = 300 K` ENTER `p*V/(R*T)` ENTER → ENTER mol ENTER → `0.4062 mol`.

20 Limiti noti

- Serve la connessione all'avvio (math.js si carica da Internet).
- I dati non si sincronizzano tra dispositivi e spariscono se si cancellano i dati del sito nel browser.
- Un vettore ha **una sola unità** per tutte le componenti.
- I risultati con unità composte escono sempre nel SI (un'area in m², un volume in m³): le altre unità si ottengono con la conversione.
- Le temperature in °C sono trattate da math.js come temperature assolute con uno scarto: per le *differenze* di temperatura conviene usare i kelvin.
- Sulla tastiera del computer `+ - * /` operano subito sulla pila: per scrivere un'espressione si comincia con `nome =` o con una parentesi, oppure si usano i tasti × ÷ della sezione abc.
- Gli angoli dei risultati vettoriali sono numeri puri (in gradi o radianti secondo DEG/RAD), senza unità.
- Niente calcolo simbolico, a parte la derivata di `der`: le espressioni vengono valutate con i valori delle variabili.
- I programmi sono sequenze: niente cicli, condizioni o variabili locali.

21 Domande frequenti

Ho sbagliato, come torno indietro? SHIFT ⌫ (UNDO) annulla l'ultima operazione, anche più volte; dal computer Ctrl+Z o ⌘Z, e Ctrl+⇧Z rifà (`undo` e `redo` sono anche comandi a lettere).

Come svuoto tutto? SHIFT STO (CLR) svuota la pila; × tutte nella sezione variabili cancella le variabili.

Come scrivo un numero negativo? Si scrive il numero e si preme ±; in un'espressione o in un vettore si scrive il meno (`[4, -6]`).

Perché `v` mi dà un numero se ho definito un vettore? Perché `v` senza freccia è il modulo di $\vec{v}$. Il vettore si richiama toccando la sua etichetta o scrivendo `vvv`.

Il risultato è in m² e io lo voglio in cm². → cm ² ENTER. Lo stesso per passare da m/s a km/h, da J a kWh, da m³ a L.

I tasti sono troppo grandi (o troppo piccoli). ⚙ → slider o A− / A+; più i tasti sono piccoli, più righe si affiancano e più tasti si vedono (Piccoli o Compatti sul computer: righe affiancate e sezioni in colonne, tutta la tastiera in vista).

Vorrei solo i tasti che uso in questo capitolo. ⚙ → + Crea una tastiera personalizzata, si toccano i tasti, Fine; poi ⚑ Fissa in alto per averla sempre in vista (sezione 4.4).

Dove sono i comandi a lettere? Nel tasto cmd in alto, sul telefono come sul computer.

Dove trovo la spiegazione di un tasto? Tenendolo premuto; la guida rapida è il ? in alto a destra.